



ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ МНОГОУРОВНЕВЫХ МОДЕЛЕЙ МАТЕРИАЛОВ

А.И. Швейкин, П.В. Трусов, К.А. Романов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Кафедра «Математическое моделирование систем и процессов»
(Пермь, Россия)



alexey.shveykin@gmail.com

1

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

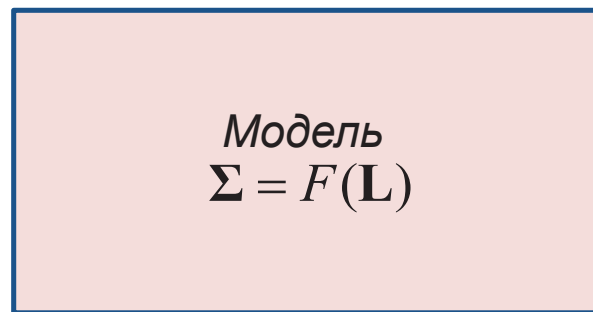
Для описания процессов термомеханической обработки металлов и сплавов перспективным представляется использование многоуровневого подхода, основанного на физических теориях пластичности [*].

Целью работы является исследование устойчивости конститутивной модели ГПУ-поликристалла к возмущениям кинематических воздействий – изменяющегося со временем транспонированного градиента скорости перемещений $L(t)$. В дальнейшем подход можно применить для установления точности определения характеристик материала, которая необходима в эксперименте.



ГПУ-металлы широко применяются в авиационии

Входные данные с возмущением
 $L' = L + \delta L$



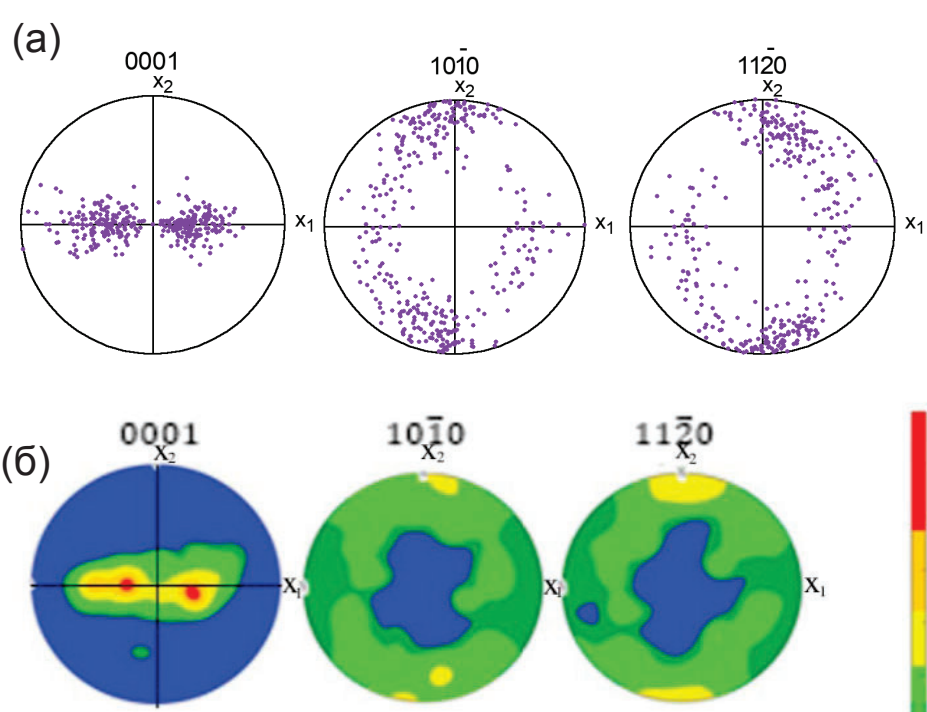
Возмущенный отклик
 $\Sigma^* = F(L^*)$

(Для устойчивых моделей интегральная норма по всей истории нагружения $\|\Sigma^* - \Sigma\| \rightarrow 0$ при $\|\delta L\| \rightarrow 0$)

[*] Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения. – Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2019. – 605 с.

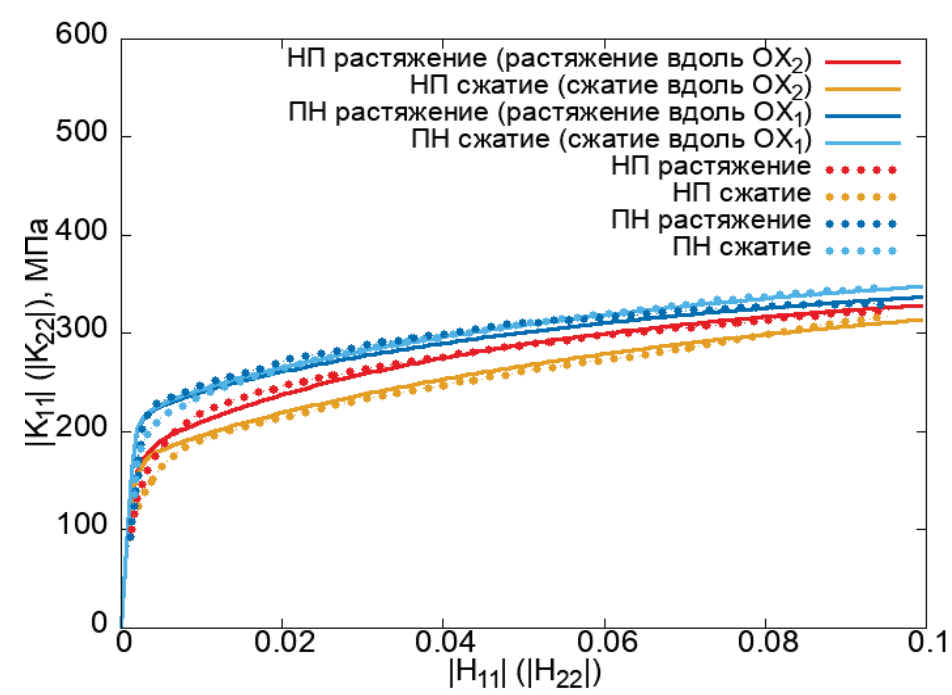
3

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ВЕРИФИКАЦИЯ



Начальная текстура:

(а) полюсные фигуры для начального состояния ПО в расчетах (текстура прокатки),
(б) полюсные фигуры, приведенные в статье [1], цветом обозначена интенсивность текстуры в кратных числах равномерного распределения



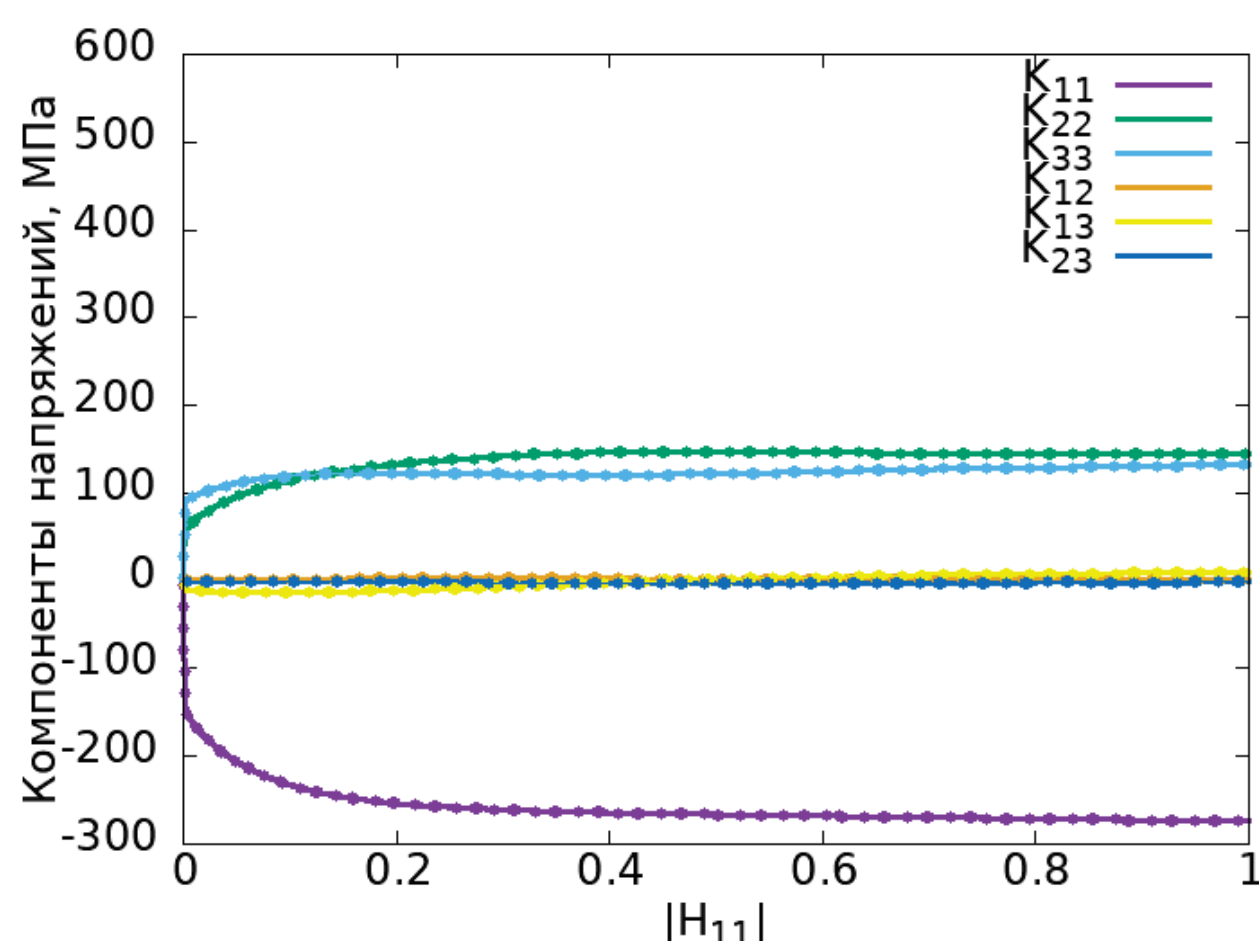
Зависимости компоненты $|K_{11}|$ ($|K_{22}|$) макронапряжений в базисе ЛСК от компоненты логарифмической меры деформации $|H_{11}|$ ($|H_{22}|$) для растяжения (сжатия) по соответствующим направлениям, получаемые при использовании модели (сплошные) и экспериментальные данные (пунктир), представленные в [2]

[1] Wang J., Zecevic M., Knezevic M., Beyerlein I.J. Polycrystal plasticity modeling for load reversals in commercially pure titanium // International Journal of Plasticity. – 2020. – Vol. 12. – Pp. 294–313.

[2] Yi N., Hama T., Kobuki A., Fujimoto H., Takuda H. Anisotropic deformation behavior under various strain paths in commercially pure titanium Grade 1 and Grade 2 sheets // Materials Science and Engineering: A. – 2016. – Vol. 655. – Pp. 70–85.

5

РЕЗУЛЬТАТЫ



Диапазон возмущения воздействия (L_{11})
 $\Delta = 5\%$
↓
Максимальное возмущение отклика
 $M_{отн}(\Delta) = 0.0228\%$

Зависимости компонент напряжений от компоненты $|H_{11}|$ для базового решения (сплошные) и возмущенного решения (пунктирные) при $\Delta = 5\%$

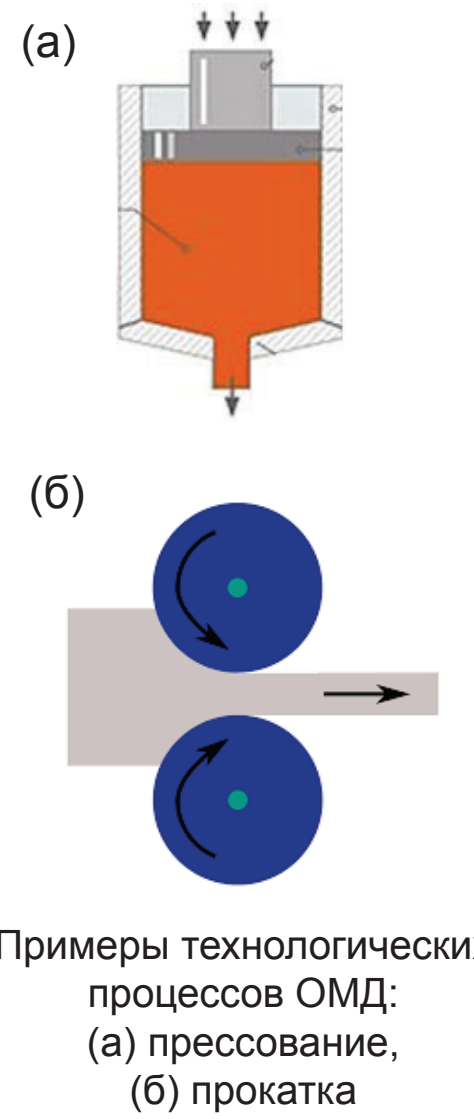
7

АКТУАЛЬНОСТЬ

При разработке нелинейных математических моделей для исследования их адекватности важен анализ чувствительности отклика к возмущениям параметров и входных данных [*]. Для конститутивных моделей материалов важность такого анализа обусловлена [**]:

- истории воздействий на отдельные части тела, получаемые при решении краевой задачи при конкретно заданных граничных условиях, будут отличаться от реальных, поскольку реальные граничные условия в технологическом процессе (эксперименте) имеют стохастический характер,
- параметры модели (физико-механические свойства) имеют стохастический характер.

Поэтому применяемые в технологических расчетах конститутивные математические модели должны быть устойчивы по отношению к изменению материальных параметров, что позволяет исключить необходимость проведения для каждого частного случая точной экспериментальной идентификации свойств материала конкретного изделия.



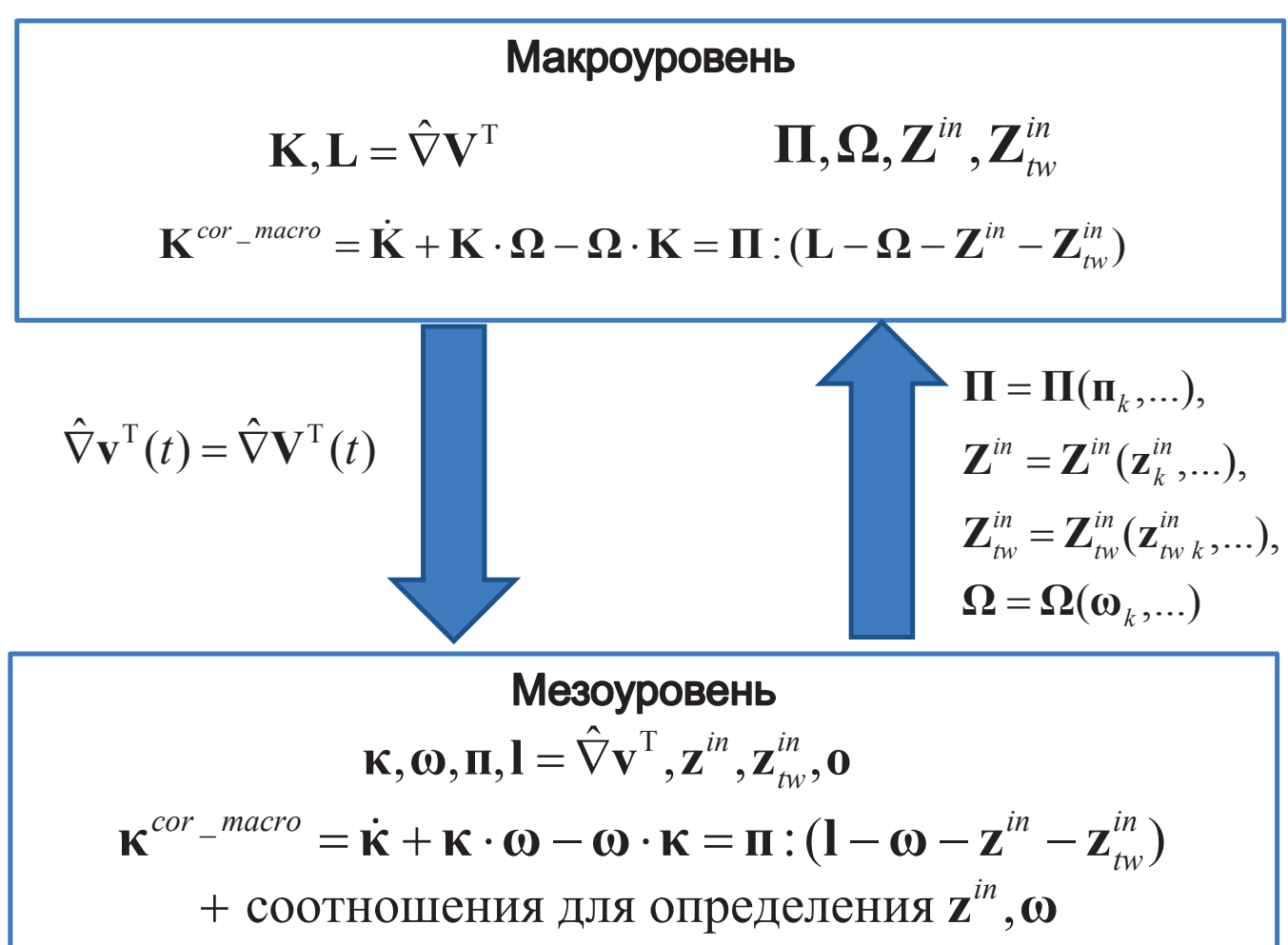
Примеры технологических процессов ОМД: (а) прессование, (б) прокатка

[*] Saltelli A. et al. Global sensitivity analysis. – John Wiley & Sons Ltd, 2008. – 292 p.

[**] Швейкин А.И. и др. // Вычислительная механика сплошных сред. – 2018

2

СТРУКТУРА МОДЕЛИ



Явно описывается структура и механизмы деформирования (внутризеренное дислокационное скольжение, двойникование, ротации решеток) на низших масштабных уровнях.

[*] Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения. – Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2019. – 605 с.

4

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ МОДЕЛИ К ВОЗМУЩЕНИЯМ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В качестве базового (исследуемого) решения рассматривалось квазиодноосное сжатие вдоль Ox_1 : $L(t) = \dot{\epsilon} p_1 p_1 - \dot{\epsilon} / 2 p_2 p_2 - \dot{\epsilon} / 2 p_3 p_3$, $\dot{\epsilon} = -6,67 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$.

Возмущенная компонента: $L_{11}^{JCK*}(\tau_n) = (1 + \alpha) L_{11}^{JCK}(\tau_n)$, $\forall \tau_n \in [0, T]$, случайная величина α определялась по равномерному закону распределения из диапазона $[-\Delta; \Delta]$. Для исключения появления значительных шаровых напряжений в возмущенном решении, принималось условие изохоричности: $L_{22}^{JCK*}(\tau_n) = L_{33}^{JCK*}(\tau_n) = -L_{11}^{JCK*}(\tau_n) / 2$, $\forall \tau_n \in [0, T]$.

Относительная оценка истории изменения напряжений определяется как отношение максимального по всем реализациям отклонения отклика к норме отклика, полученного при базовом решении [**]:

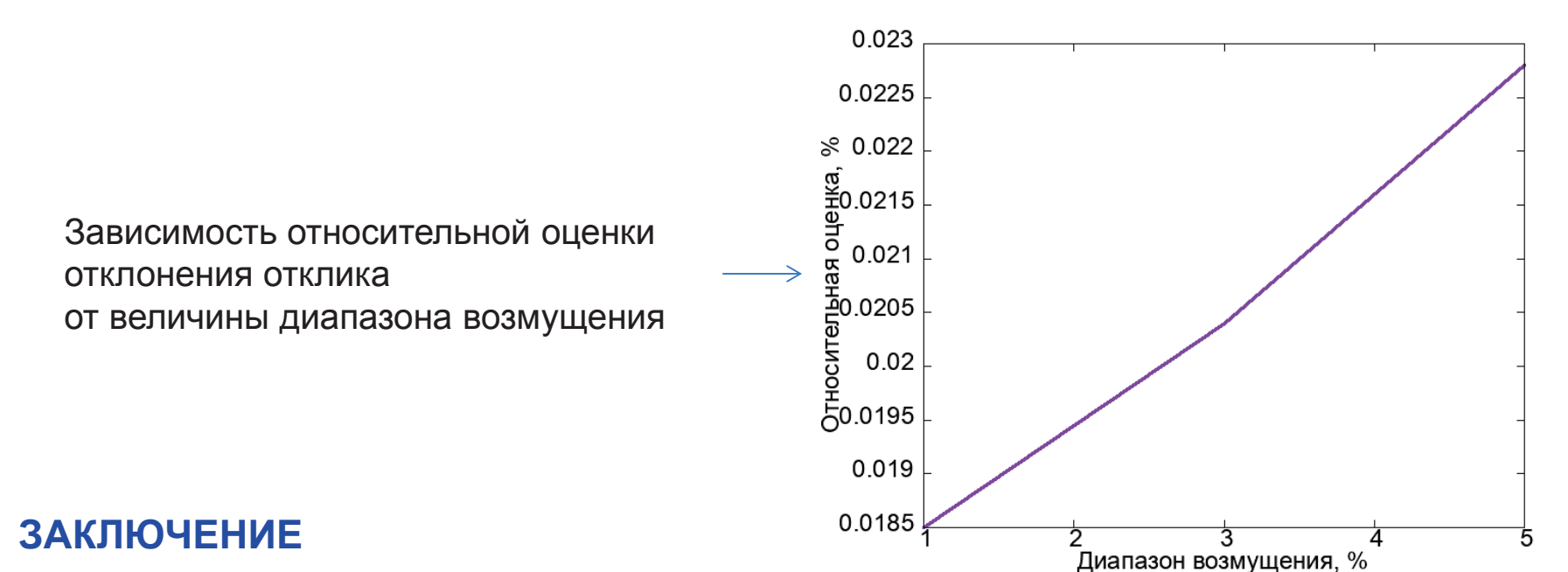
$$M_{отн}(\Delta) = \frac{\max_{l=1, K} \{ \|\Sigma_l^{rel[0, T]} - \Sigma_0^{rel[0, T]}\| \}}{\|\Sigma_0^{rel[0, T]}\|}$$

где $\|\Sigma_l^{rel[0, T]} - \Sigma_0^{rel[0, T]}\| = \left(\int_0^T \sum_{i,j=1}^3 (\Sigma_{(ij)}(t) - \Sigma_{(ij)0}(t))^2 dt \right)^{1/2}$ – отклонение истории изменения отклика

при возмущенном параметре от истории изменения отклика при базовом решении, $\|\Sigma_0^{rel[0, T]}\|$ – норма истории изменения отклика при базовом значении параметра, K – общее число реализаций (в расчетах принималось равным 100).

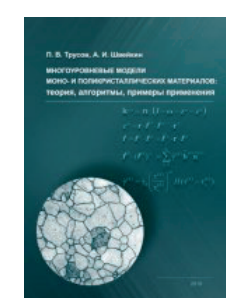
[**] Швейкин А.И. и др. // Вычислительная механика сплошных сред. – 2018

6



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Реализована и исследована двухуровневая статистическая конститутивная модель коммерчески чистого титана.
- Осуществлена идентификация и верификация модели.
- Проведенное исследование чувствительности двухуровневой конститутивной модели ГПУ-поликристалла к возмущению воздействий (компоненты транспонированного градиента скорости) свидетельствует об устойчивости модели к таким возмущениям.
- На завершающей стадии подготовки находятся публикации с подробным описанием методики оценки устойчивости конститутивных моделей и результатами ее применения.



8