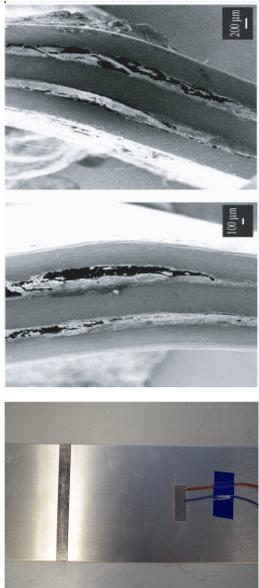
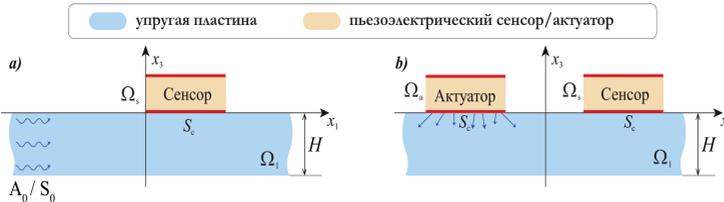


## Постановка задачи



Пьезоэлектрические ультразвуковые преобразователи различных форм широко используются на практике при решении задач неразрушающего контроля и дефектоскопии, а также для мониторинга структур и конструкций. Такие преобразователи могут выступать как в роли актуаторов – для возбуждения в структуре упругих волн, так и в роли сенсоров – для записи рассеянных волновых полей. При этом дефекты самих датчиков и/или деградация клевого слоя могут привести к ненадежности выводов системы мониторинга. Таким образом, изучение динамического поведения преобразователей, а также влияния области контакта и формы пьезоэлектрического преобразователя на возбуждаемые и регистрируемые волновые поля, является актуальной задачей.



Рассматривается один или два пьезоэлектрических датчика, приклеенных к поверхности упругого слоя. Уравнения состояния пьезоэлектрического преобразователя имеют вид:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}s_{kl} - e_{kij}E_k, \quad D_i = e_{ikt}s_{kl} + \varepsilon_{ij}E_j,$$

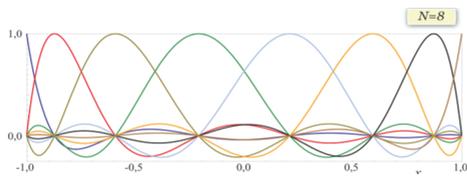
здесь  $\sigma_{ij}$  - напряжения,  $D_i$  - электрические смещения,  $s_{kl}$  - деформации, выраженные через механические перемещения, и  $E_k$  - электрическое поле, которое выражается через функцию потенциала  $\phi$ .

Все границы преобразователей, кроме области контакта со слоем, свободны от напряжений, а боковые границы свободны от электрических смещений. В случае актуатора на верхний электрод подается электрическое напряжение  $\varphi^{(a)}(\mathbf{x}, t) = V_0 g(t)$ ,  $\mathbf{x} \in S_+^{(a)}$ , в случае сенсора, электрический потенциал  $\phi$  является неизвестным  $\varphi^{(s)}(\mathbf{x}, t) = \phi$ ,  $\mathbf{x} \in S_+^{(s)}$ , а электрический заряд равен нулю на верхнем электроде:  $\int_{S_+^{(s)}} D_3^{(s)}(x_1, h_s, t) dx_1 = 0$ ,  $\mathbf{x} \in S_+^{(s)}$ .

## Моделирование

### 1. Метод спектральных элементов.

Производится разбиение всей области пьезоэлектрического преобразователя на  $M_1 M_2$  конечных элементов, и решение отыскивается в узловых точках в виде разложения с помощью интерполяционных полиномов Гаусса-Лежандра-Лобатто степени  $N$ :



$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \left\{ \sum_{l_1=1}^{M_1} \sum_{l_2=1}^{M_2} \sum_{i_1=1}^{N+1} \sum_{i_2=1}^{N+1} u_k^{l_1 l_2 i_1 i_2} C^{i_1}(\xi_1^{l_1}) C^{i_2}(\xi_2^{l_2}) \right\}$$

### 2. Метод граничных интегральных уравнений.

Уравнения Ламе используются для нахождения перемещений  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  в упругом слое

$$(\lambda_1 + \mu_1) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \mu_1 \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \rho_1 \left( \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} \right) = 0.$$

Перемещения в упругом слое с заданной поверхностной нагрузкой  $\mathbf{q}(\mathbf{x})$  рассчитываются в соответствии с:

$$\mathbf{u}^1(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \mathbf{K}(\alpha, x_2) Q(\alpha) e^{-i\alpha x_1} d\alpha,$$

где  $\mathbf{K}(\alpha, x_2)$  и  $Q(\alpha)$  - преобразование Фурье матрицы Грина и функция поверхностной нагрузки. В случае падающей волны с волновым числом  $\zeta$  перемещения в слое рассчитываются с помощью теоремы вычетов Коши следующим образом [1]:

$$\mathbf{u}^1(\mathbf{x}) = -i \operatorname{res} \mathbf{K}(\alpha, x_2) Q(\alpha) \Big|_{\alpha = -\zeta} e^{-i\zeta x_1}.$$

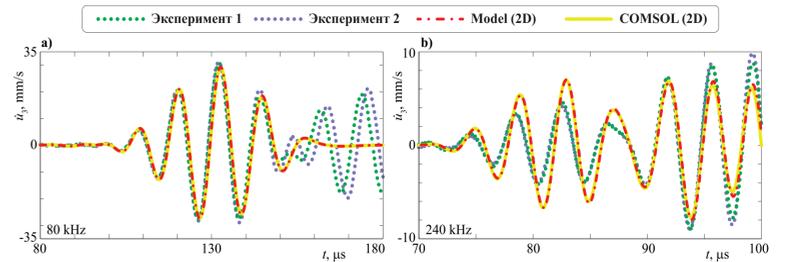
### 3. Гибридная схема.

Для решения связанной задачи задаются граничные условия на непрерывность перемещений и напряжений в области контакта между преобразователем и слоем. В области отслоения напряжения равны нулю. Перемещения в слое складываются из волновых полей, возбуждаемых актуатором и волновых полей, рассеиваемых сенсором  $\mathbf{u}^{(1)} = \mathbf{u}^{(in)} + \mathbf{u}^{(sc)}$ . Напряжения в области контакта между преобразователем  $\mathbf{q}^{(p)}(x_1)$ . ( $p = \{a, s\}$ ) интерполируются сплайнами  $q_k = \sum_j q_k^j \beta^j(x_1)$ , после чего преобразование Фурье от функции  $\mathbf{q}^{(p)}(x_1)$

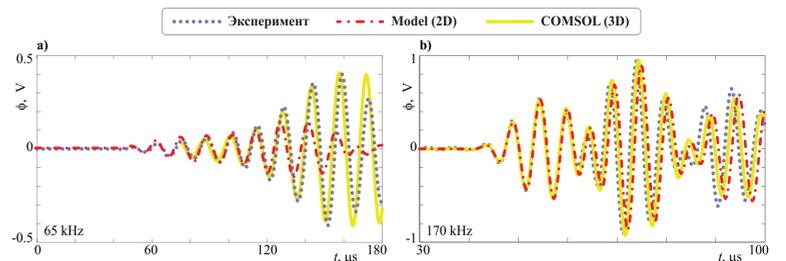
подставляется в интегральное представление перемещений в слое и решается связанная задача [2].

## Численный анализ

Для исследования возбуждения и распространения волн Лэмба в протяженной структуре был проведен эксперимент. Два пьезоэлектрических датчика размером  $30 \times 10 \times 1$  мм приклеены на поверхность алюминиевой пластины толщиной  $H = 2$  мм.

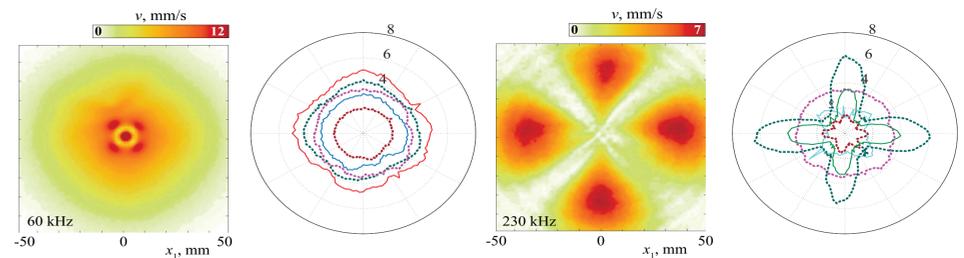
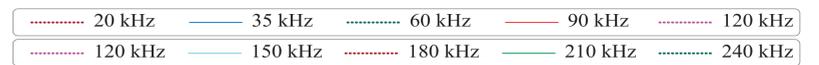


На верхний электрод актуатора подается электрическое напряжение, и возбуждаемые волновые поля измеряются лазерным виброметром. Результаты измерения сравниваются с расчетами на основе разработанной модели.

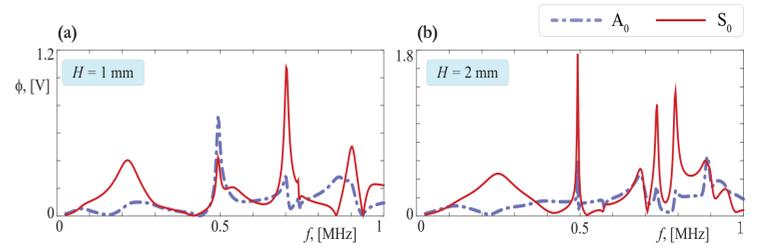


Дополнительно, для измерения волновых полей используется пьезоэлектрический датчик, который работает как сенсор. В данном случае можем заметить: на низких частотах совпадение моделируемых и экспериментальных сигналов хуже, чем на высоких частотах. Причиной такого эффекта является особенность излучения прямоугольных актуаторов на низких частотах.

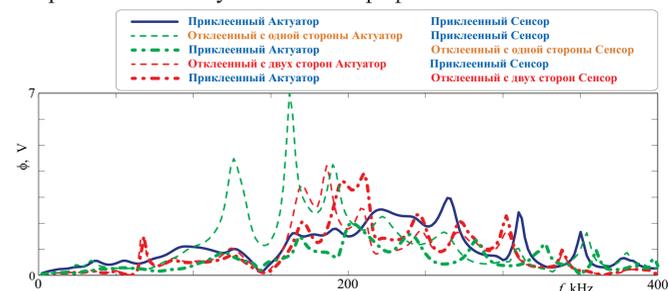
Для исследования особенностей возбуждения бегущих волн квадратными актуаторами проводились измерения по радиусу вокруг датчика на разных частотах. К измеренным скоростям перемещений применяется преобразование Гилберта  $v(t) = |\mathcal{H}[\dot{u}_3(t)]|$ , и максимальные значения  $v(t)$  используются для построения диаграммы рассеяния.



На низких частотах излучение напоминает по форме круг, в то время как на более высоких частотах больше излучают именно стороны пьезоактуатора, что по своей форме напоминает крест. Значение электрического потенциала  $\phi(t)$ , регистрируемое сенсором, является интегральной характеристикой: сигнал интегрируется вдоль всей области электрода. В результате, двумерная модель сенсора хорошо работает на высоких частотах, когда излучение более направленное, а на низких частотах, ввиду кругового излучения, допущение двумерной модели не позволяет полностью описать сигнал сенсора.



Для изучения особенностей измерения бегущих волн сенсором, был проведен анализ зависимости электрического потенциала от частоты в случае падающей  $A_0$  или  $S_0$  волны. При этом амплитуды набегающей волны были нормированы так, что  $u_0 = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = 1$  мм. Чувствительность сенсора к различным модам волн Лэмба возрастает на резонансных частотах, которым соответствуют пики на графике.



Для изучения влияния отклейки пьезоэлектрических преобразователей на измеряемые сенсором волновые поля была проанализирована зависимость электрического потенциала от частоты при поочередной отклейке актуатора и сенсора с одной или с двух сторон. В большинстве случаев отклейка ведет к снижению амплитуд регистрируемого сигнала, за исключением резонансных частот, где амплитуда измеряемого электрического потенциала резко возрастает.