

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Нефедова О.А.^{а)}, Спесак Л.Ф.^{б)}

ИМАШ УрО РАН, д. 34, ул. Комсомольская, г. Екатеринбург, 620034, Российская Федерация
e-mail: ^{а)}nefedova@imach.uran.ru, ^{б)}lfs@imach.uran.ru

Аннотация Работа посвящена разработке параллельного алгоритма и программы для решения статических задач теории упругости в осесимметричных областях при осесимметричных граничных условиях. В основе численного решения лежит метод граничных элементов. Для повышения эффективности компьютерной реализации алгоритма было выполнено распараллеливание вычислений и привлечен стандарт MPI. Проведен анализ точности результатов и временных затрат на программную реализацию.

Введение Задача разработки параллельного алгоритма и программного модуля для решения осесимметричных статических задач теории упругости имеет существенное практическое значение. Метод граничных элементов (МГЭ) является эффективным инструментом для анализа рассматриваемых задач, а также имеет хороший потенциал распараллеливания вычислений. Основная сложность реализации алгоритма связана с необходимостью интегрирования по граничным элементам специальных функций, содержащих эллиптические интегралы первого и второго рода.

Постановка краевой задачи и алгоритм решения Рассмотрим статическую краевую задачу теории упругости в осесимметричной области V :

$$\sigma_{ij,i} = 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = (u_{j,i} + u_{i,j})/2, \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \frac{2\mu\nu}{1-2\nu}\varepsilon\delta_{ij}; \quad (3)$$

на внутренней поверхности S_1 задан вектор перемещения:

$$u_i = u_i^*, \quad (4)$$

на внешней поверхности S_2 задан вектор поверхностного напряжения

$$f_i = f_i^*. \quad (5)$$

Задача (1) – (5) решена с помощью МГЭ. Соответствующие задаче граничное интегральное уравнение и фундаментальное решение были рассмотрены в цилиндрической системе координат. Алгоритм хорошо распараллеливается на всех этапах решения задачи.

Программная реализация Программа, реализующая представленный алгоритм, была написана на языке программирования C++ с использованием MPI библиотеки. Для выполнения численных расчетов использованы библиотеки GSL и BOOST C++. Работа программы была протестирована сравнением результатов расчетов с известными точными решениями.

Заключение Разработан программный модуль для решения статической задачи теории упругости в осесимметричной постановке. В модуле реализован параллельный алгоритм решения методом граничных элементов. Тестирование программы проведено сравнением результатов расчетов с известным аналитическим решением. Проведен анализ эффективности распараллеливания счета.

Пример Задача об упругом деформировании полого шара с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 , находящимся под воздействием внутреннего и внешнего давления, т.е. заданы граничные условия в цилиндрической системе координат ρ, φ, z : $f_\rho|_{\rho=R_1} = f_1, f_\rho|_{\rho=R_2} = f_2$.

Геометрическая модель задачи в графическом редакторе программы показана на рис. 1. Результаты расчетов сравнивались с точным решением. На рис. 2 показано сравнение точного решения и расчетного значения вдоль оси $z=0$.

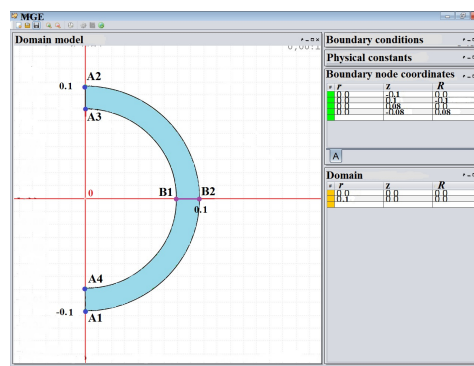


Рисунок 1. Геометрическая модель задачи в графическом редакторе программы

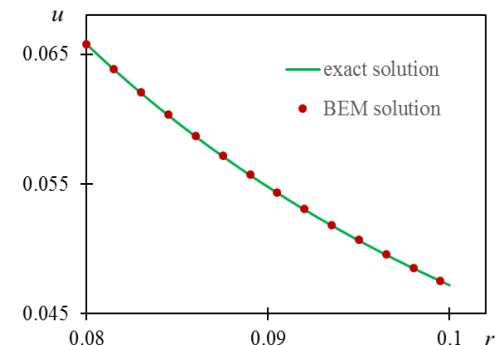


Рисунок 2. Сравнение между точным решением и решением МГЭ

В табл.1 приведены данные для оценки ускорения работы параллельной программы.

Таблица 1. Время расчета модельной задачи при различных количествах граничных элементов

Количество граничных элементов	Время расчета, с		
	5 процессоров	50 процессоров	300 процессоров
600	355	36	11
1500	2482	252	28
3000	9483	498	166