МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА ТРЕЩИНЫ В МАТРИЦЕ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ СО СЛУЧАЙНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ ВКЛЮЧЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДА XFEM

Шалимов А.С.[1], Ташкинов М.А.

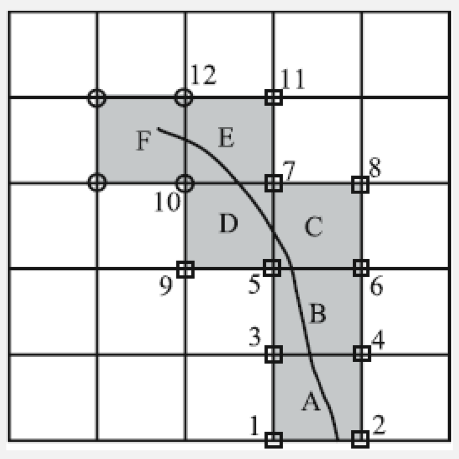
[1]neilcrite@gmail.com

Введение

Неоднородности структуры, их распределение, геометрические и механические свойства, зачастую оказывают ключевое влияние на параметры деформирования и разрушения материалов. Моделирование таких процессов, как образование и рост трещины в материалах, является более сложной задачей по сравнению с однородными материалами, поскольку необходимо учитывать как межфазные взаимодействия, так и морфологию структуры. Существует огромное количество методов, с помощью которых можно рассчитать и спрогнозировать распространение трещины в материале. Для оценки масштабов повреждения, анализа его роста и характера развития в данной работе будет использовано численное моделирование при помощи расширенного метода конечных элементов (XFEM).

Метод

В наше время активно развивается расширенный метод конечных элементов (Extended finite element method, XFEM), разработанный Беличко и Блэком, согласно которому наличие трещины описывается специальными обогащенными функциями в сочетании с дополнительными степенями свободы. В расширенном методе конечных элементов используется особая аппроксимация для вычисления перемещений точки x, расположенной в пределах области трещины.



Чтобы смоделировать поверхность трещины в расширенном методе конечных элементов, приближенная функция перемещения u^h может быть выражена в следующих параметрах: классических u, содержащих раскрытую трещину u^H и включающих вершину трещин u^{tip} как

$$u^h(x) = u(x) + u^H(x) + u^{tip}(x)$$

или более явно

$$u^h(x) = \sum_{j=1}^{n} N_j(x)u_j + \sum_{h=1}^{mh} N_k(x)H(x)a_h + \sum_{k=1}^{mt} N_k(x)\left(\sum_{\alpha=1}^{mf} F_\alpha(x)b_k^\alpha\right)$$

где:

- n - число узлов каждого конечного элемента с классическими степенями свобод u_j и функциями формы $N_j(x)$;
- $H(x)$ - функция Хэвисайда;
- a_h - вектор дополнительных степеней узловой свободы для моделирования трещин (не вершин трещин) функцией Хэвисайда $H(x)$;
- b_k^α - вектор дополнительных степеней узловой свободы для моделирования вершин трещин;
- $F_\alpha(x)$ - функции обогащения вершин трещин.

Функции Хэвисайда определяется как:

$$H(x) = \begin{cases} 1, if\ (x - x^*)\cdot n \geq 0 \\ -1, otherwise \end{cases}$$

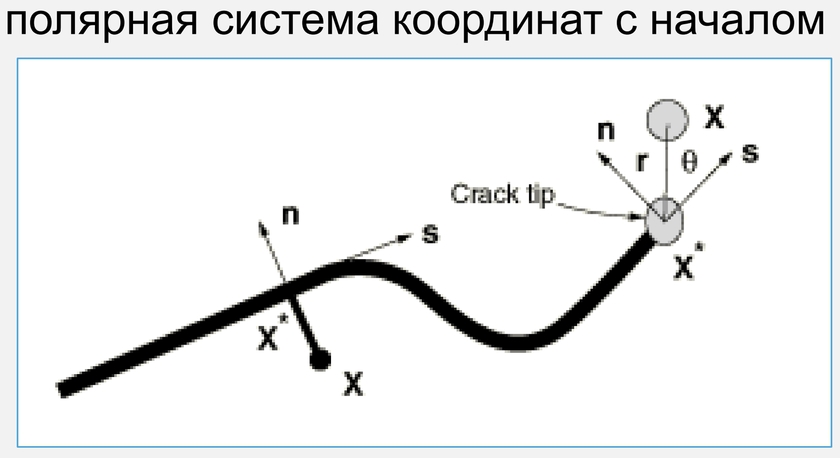
где:

- x^* - точка на трещине, расположенная наиболее близко к точке x;
- n - единичная наружная нормаль к трещине в точке x^*.

Асимптотическая функция обогащения вершин трещин $F_\alpha(x)$ в изотропном упругом материале задается формулой:

$$F_\alpha(x) = \left[\sqrt{r}sin\frac{\theta}{2}, \sqrt{r}cos\frac{\theta}{2}, \sqrt{r}sin\frac{\theta}{2}sin\theta, \sqrt{r}cos\frac{\theta}{2}cos\theta\right]$$

где (r, θ) - локальная полярная система координат с началом на вершине трещины

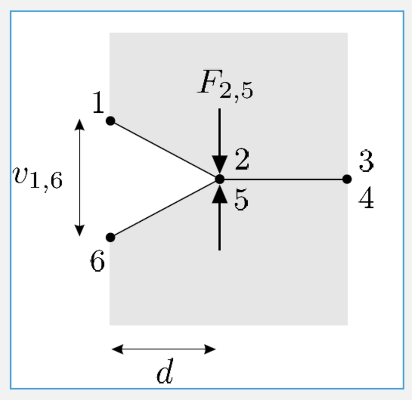


Преимущество метода XFEM заключается в том, что этот подход не обязательно принуждает границы трещины соответствовать границам конечных элементов. Это позволяет строить более точные модели разрушения для сложных приложений, таких, например, как материалы с неоднородной микроструктурой.

Критерии

Благодаря функциям формы известны перемещения каждой точки образца. Используя базовые формулы теории упругости находятся напряжения. Вершина трещины появляется внутри элемента тогда, когда напряжения в этом элементе превышают некоторые критические значения σ_f .

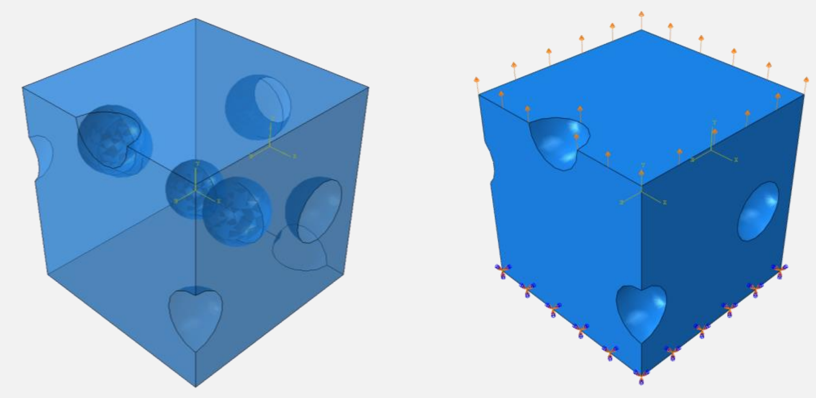
$$u^h(x) = u(x) + u^{tip}(x)\ if\ \sigma \geq \sigma_f$$



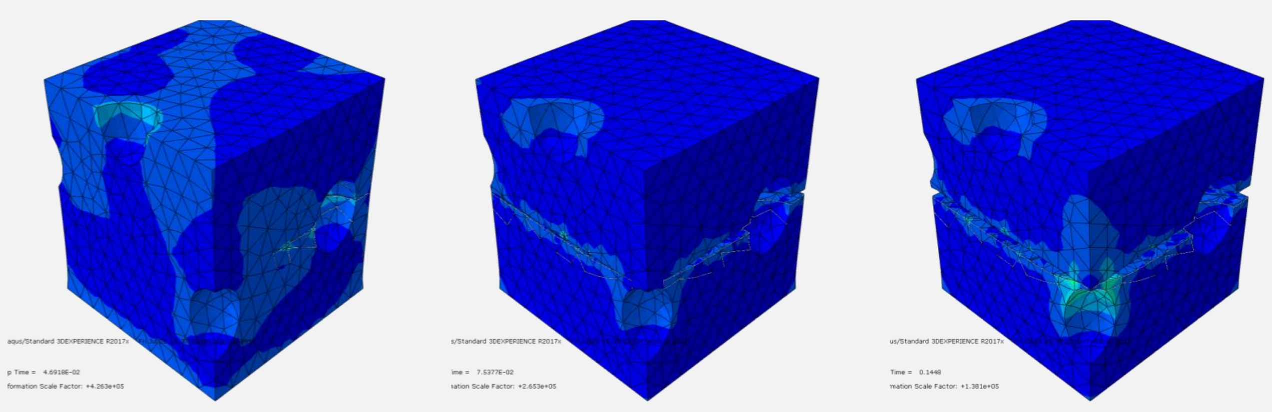
После этого в материале начинает накапливаться энергия, которая компенсируется соответствующим выделением потенциальной энергии деформации (при отсутствии других видов энергии). Трещина начинает расти тогда, когда скорость высвобождения упругой энергии превышают некоторое критическое значение G_c.

$$u^h(x) = u(x) + u^H(x) + u^{tip}(x)\ if\ G \geq G_c$$

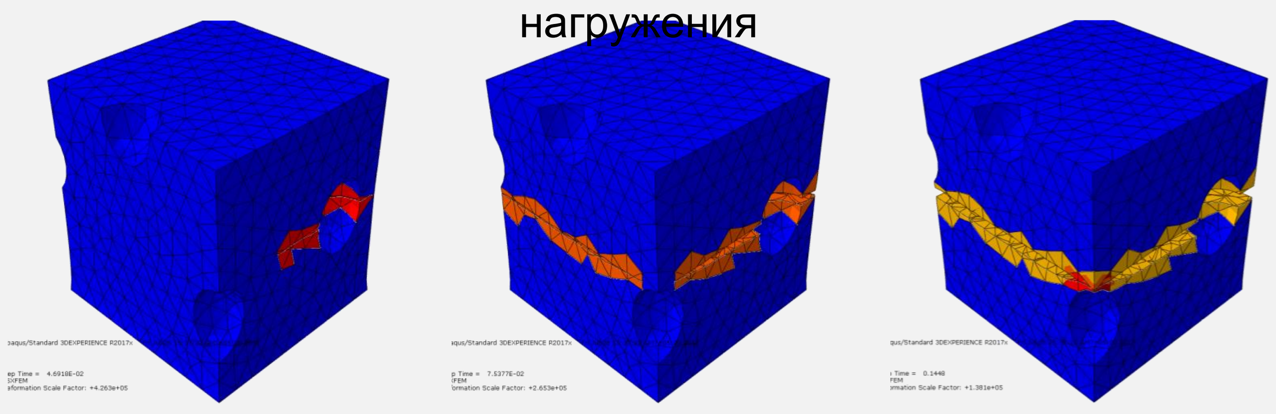
Результаты



Геометрия исследуемого представительного объема и его граничные условия



Развитие полей напряжений в матрице в процессе нагружения



Развитие обогащенных элементов в ходе распространение трещины в процессе нагружения

Геометрия	Куб со стороной $2 \cdot 10^{-2}$м
Свойства матрицы	$E = 7 \cdot 10^{10}$Па, $\nu = 0,35$
Критерий роста трещины	$\sigma_f = 20,88 \cdot 10^6$Па, $G_c = 20000\frac{\text{Н}}{\text{м}}$
Граничные условия	Жесткое закрепление, перемещение противоположной грани $u_y = 10^{-7}$м

Выводы

Рассмотрен пример моделирования роста трещины в представительном объеме пористой неоднородной среды при помощи метода обогащения конечных элементов (XFEM). Показано влияние концентраторов в виде пор на рост трещины. Рост трещины произошел от концентратора напряжений в виде пористых сфер. Видно, что трещины от большинства концентраторов соединяются, и образованная поверхность разрыва проходит посередине представительного объема. Возможно, это обусловлена тем, что рост трещины стремителен, и, за счет малого промежутка времени, поверхность разрыва становится плоскостью.