



О расположении пьезоэлемента в конструкции для его эффективной работы в заданном частотном диапазоне

Ошмарин Д.А., Юрлов М.А.

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Проблема определения оптимального месторасположения пьезоэлемента в конструкции

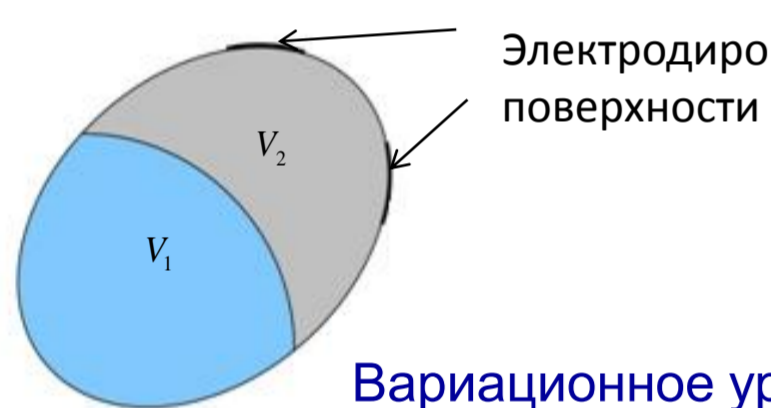
В методиках неразрушающих оценок наличия повреждений конструкции, основанных на вибрационных подходах, в качестве актуаторов и сенсоров эффективно применяются пьезоэлементы, которыми дополняется рассматриваемая конструкция. Данные подходы основаны на возбуждении гармонических колебаний или волновых процессов в конструкции с помощью актуаторов, с последующей регистрацией сигнала с помощью сенсоров. На основе анализа изменений в регистрируемом сигнале может быть обнаружено изменение в характеристиках конструкции, которые могут быть вызваны повреждением.

Одной из ключевых проблем для обеспечения эффективной работы пьезоэлементов является определение их месторасположения на конструкции. Этому вопросу уделяется большое внимание исследователей во всем мире. Но, несмотря на обилие методов и подходов, до сих пор размещение пьезоэлемента является, скорее, искусством, основанным на интуиции исследователей. В связи с этим дальнейшее развитие подходов к поиску оптимального месторасположения пьезоэлемента с точки зрения минимизации интуитивных составляющих в принятии решений является крайне важным.

Цель работы:

На основе решения задачи о собственных колебаниях кусочно-однородных электроупругих тел предложить подход, позволяющий определять такое **расположение единственного пьезоэлемента** в конструкции, которое обеспечивает наиболее эффективную **регистрацию ее динамического отклика в некотором заданном частотном диапазоне**.

Математическая постановка задачи о собственных колебаниях кусочно-однородных электроупругих тел



$$V = V_1 + V_2$$

V_1 состоит из упругих элементов
 V_2 состоит из электроупругих (пьезоэлектрических) элементов

Вариационное уравнение движения для электроупругого тела

$$\int_{V_1} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - \rho \omega^2 \bar{u}_i \delta u_i dV + \int_{V_2} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i - \rho \omega^2 \bar{u}_i \delta u_i dV = 0 \quad (1)$$

где D, E – векторы электрической индукции и напряженности электрического поля

φ – электрический потенциал, σ^{ij} – компоненты тензора напряжений,

u_i – компоненты вектора перемещений, $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$ – компоненты тензора деформаций,

$\omega = \omega_R + i\omega_I$ – комплексная частота колебаний

Физические соотношения

для объема V_1 :

$$\text{Закон Гука: } \sigma_{ij} = \bar{C}_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2)$$

\bar{C}_{ijkl} – тензор коэффициентов упругости

для объема V_2 :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta_{ijk} E_k \\ D_k &= \beta_{ijk} \varepsilon_{ij} + e_{ki} E_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

β_{ijk}, e_{ki} – тензоры пьезоэлектрических и диэлектрических коэффициентов

Условие потенциальности электрического поля:

$$\varphi_{,j} = -E_j \quad (4)$$

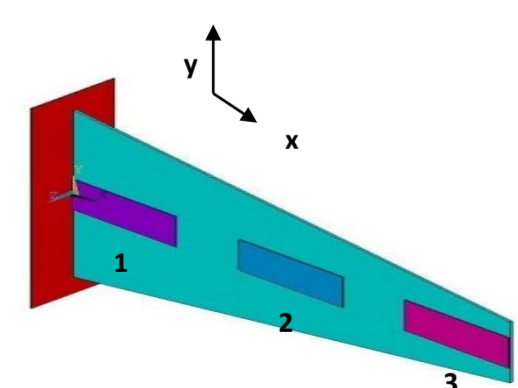
Оценка эффективности работы пьезоэлемента в конструкции:

В качестве величины, позволяющей оценить эффективность работы пьезоэлемента, принят коэффициент электромеханической связи, который отражает, насколько эффективно происходит преобразование механической энергии колебаний в электрическую, и определяется по формуле (5):

$$K = \sqrt{\frac{\omega_{o/c}^2 - \omega_{s/c}^2}{\omega_{s/c}^2}} \quad (5)$$

$\omega_{o/c}$ – частота колебаний конструкции с пьезоэлементом в режиме холостого хода

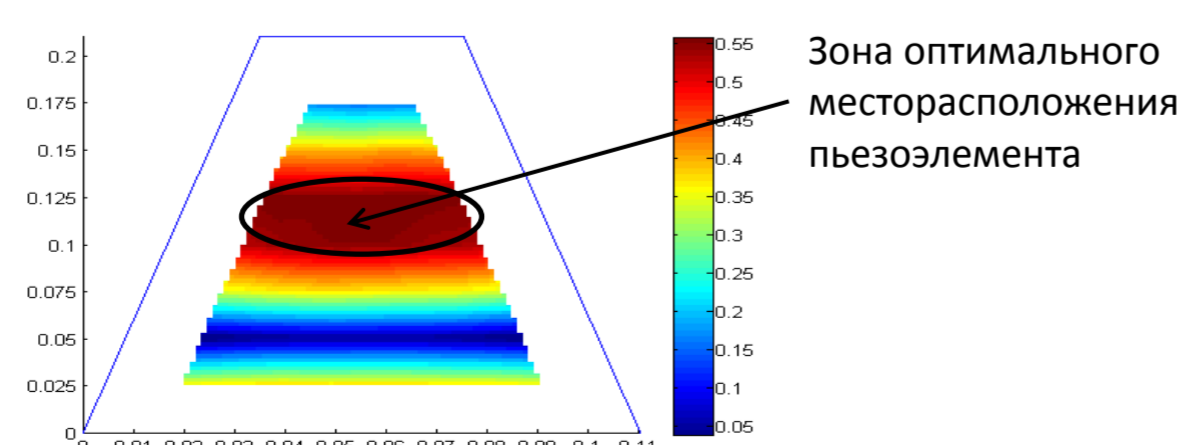
$\omega_{s/c}$ – частота конструкции с пьезоэлементом в режиме короткого замыкания



Пример: пластинка в форме трапеции
длина - 210 мм,
ширина свободного торца - 40 мм,
ширина заземленного торца - 110 мм,

Пьезоэлемент:
длина - 50 мм,
ширина - 20 мм,
толщина - 0.36 мм

Условие оптимальности месторасположения – максимальное значение обобщенного коэффициента электромеханической связи:



Распределение величин коэффициента электромеханической связи k в зависимости от положения центра масс пьезоэлемента для второй собственной формы колебаний

Подход к выбору оптимального месторасположения единственного пьезоэлемента для его эффективной работы на нескольких частотах:

Критерий максимума коэффициента электромеханической связи подходит для определения оптимального размещения пьезоэлемента для его наилучшей производительности только на одной частоте. При выбранном таким образом расположении пьезоэлемента на практике могут иметь место ситуации, при которых на других частотах электрический заряд, генерирующийся на поверхности пьезоэлемента при его деформировании, равен нулю, то есть, сигнал с пьезоэлемента не регистрируется.

Таким образом, для определения оптимального месторасположения пьезоэлемента, позволяющего наиболее эффективно регистрировать динамический отклик в заданном диапазоне частот, необходимо рассмотреть некую суперпозицию картин распределения коэффициента электромеханической связи, полученных на соответствующих частотах колебаний конструкции.

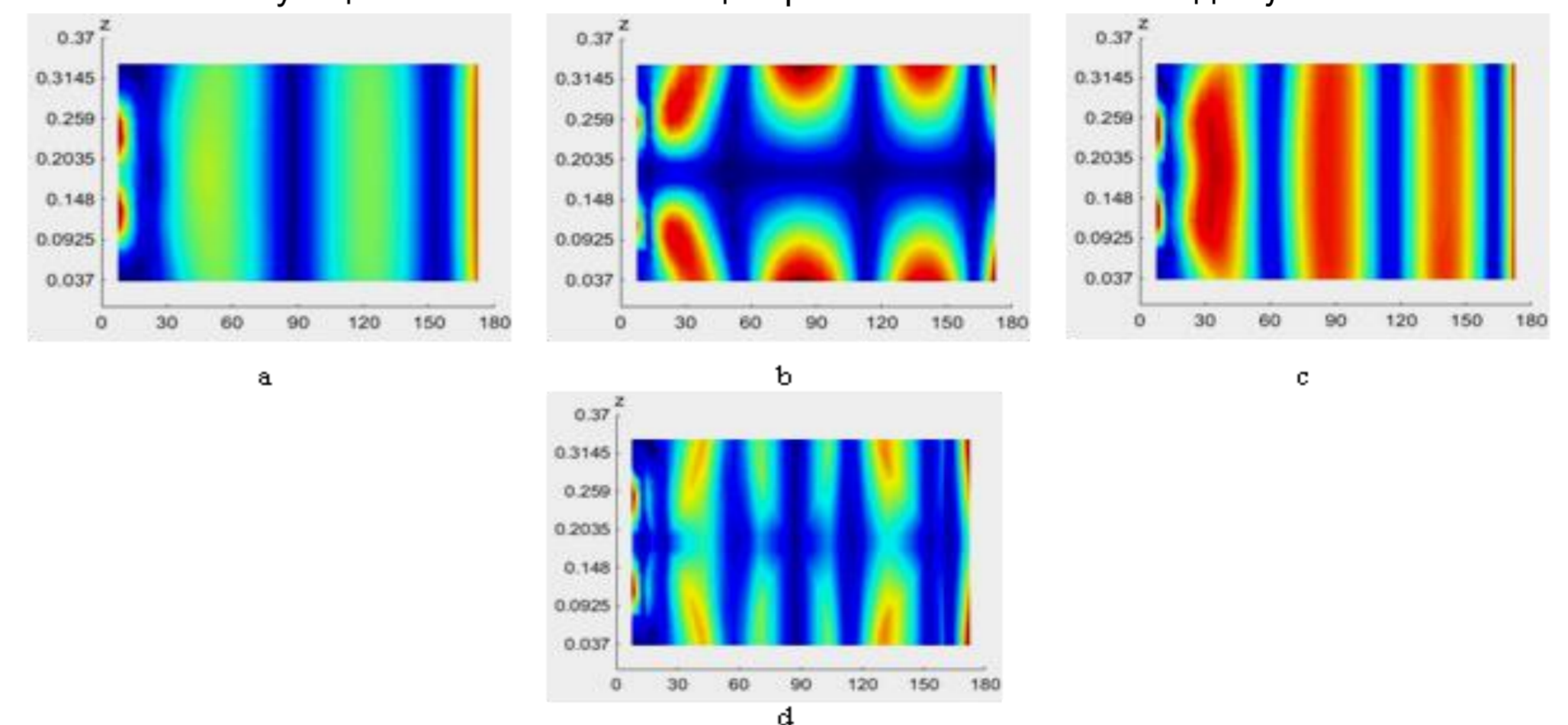
В рамках данной работы предлагается рассчитывать суперпозицию картин распределения коэффициентов электромеханической связи следующим образом:

$$k_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{nk-ni+1} [K_{ni} + K_{ni+i} - |K_{ni} - K_{ni+i}|], \quad \forall A \quad x_1, x_2, x_3 \in S \quad (6)$$

S – поверхность или часть поверхности конструкции, на которой возможно разместить пьезоэлемент;

ni, nk – номера начальной и конечной частот колебаний в рассматриваемом частотном диапазоне (по порядку следования частот в спектре);

K_j – значение коэффициента электромеханической связи, для каждой точки $A \quad x_1, x_2, x_3$ соответствующей местоположению центра масс пьезоэлемента для j -й частоты.



Картинки распределения значений коэффициента электромеханической связи K_j для трех собственных частот колебаний, входящих в рассматриваемый частотный диапазон (a, b, c) и картина распределения значений параметра k_{Σ}

Условие оптимальности месторасположения:

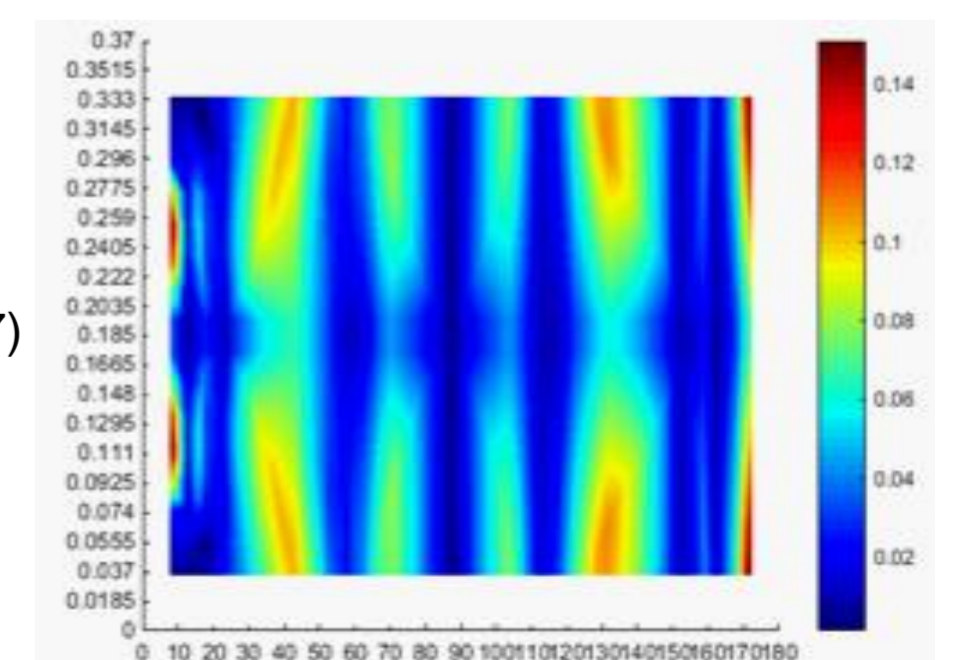
$$\left. \begin{aligned} k_{\Sigma} &\rightarrow \max \\ K_{dif} &= \sum_{j=ni}^{nk} K_j^{\max} - K_j^{k_{\Sigma}} \rightarrow \min \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

j – номер частоты;

K_j^{\max} – максимально возможное значение коэффициента электромеханической связи в оптимальном положении для j -й частоты;

$K_j^{k_{\Sigma}}$ – значение коэффициента электромеханической связи для нового положения пьезоэлемента;

ni, nk – номера начальной и конечной частот колебаний в рассматриваемом частотном диапазоне (по порядку следования частот в спектре).



Картина распределения значений параметра k_{Σ} , полученная на основе (6)